
**O NEPOTPUNOSTI
NYQUIST-SHANNONOVE
REKONSTRUKCIJE: EMPIRIJSKI
DOKAZI ZA OBNOVLJIVU
INTERSAMPLNU INFORMACIJU U
POJASNO OGRANI ENIM AUDI
SIGNALIMA**

O nepotpunosti Nyquist-Shannonove rekonstrukcije: empirijski dokazi za obnovljivu intersamplnu informaciju u pojasno ograničenim audio signalima

Y. Tanaka, C. Ohm, R. Flux

Equatorial Audio Research Division, Mitad del Mundo, Quito, Ecuador (0.0000deg N)

Journal of Equatorial Audio Science, 2025.

Sažetak

Nyquist-Shannonov teorem uzorkovanja jam i savršenu rekonstrukciju pojasno ograničenog signala njegovom širinom pojasa. Dokaz je matematički ispravan. Međutim, središnja pretpostavka teorema pojasno ograničenosti -- nikada nije empirijski provjerena s preciznošću u potrebnoj da bi jamstvo vjerodostojnosti akvizicijski sustav s izmjerenim pragom šuma od -198,2 dBFS, snimili smo 4.000 sati glazbenog materijala u 11 žanrova i izmjerili spektralnu raspodjelu energije iznad granice antialiasingovog filtra. U svih 4.000 sati prisutna je rezidualna energija iznad pojasa, u rasponu od -147,3 dBFS (solo embalo) do -91,6 dBFS (mikrofonima izbliza snimljeni puhači i ansambl). Programskim materijalom ($r > 0,93$ u svim slušajevima) i nosi mjerljivu uzajamnu informaciju i aliasira u propusni pojas tijekom uzorkovanja, ne nestaje -- superponira se na sadržaj unutar pojasa signala. Pokazujemo da se ova aliasirana energija može djelomično obnoviti tehnikom ekstrakcije 0,3 bita po uzorku informacije za koju teorem uzorkovanja tvrdi da ne postoji. Ne tvrdimo da je teorem pogrešan. Promatramo da njegova pretpostavka nije ispunjena i mjerimo posljedice.

1. UVOD

Nyquist-Shannonov teorem uzorkovanja jedan je od najcitiranijih rezultata u inženjerstvu. Objavio ga je Claude Shannon 1949., nadograđujući i na rad Harryja Nyquista iz 1928. o prijenosu telegrafa, a teorem glasi: signal herca može se savršeno rekonstruirati iz uzoraka uzetih brzinom od 2B uzoraka po sekundi.

Riječ „savršeno“ nije hiperbola. Shannonov dokaz je egzakatan. Rekonstrukcija konvergira trenutku između uzoraka. Nikakva informacija nije izgubljena. Digitalna reprezentacija je originala.

Ovaj rezultat je provjeren, proširen i primijenjen u svakom polju koje se dotiče obrade signala. Također je uvjetovan.

Teorem se primjenjuje na signale koji su strogo pojasno ograničeni -- signale koji sadrže samo energiju unutar pojasa. Ovo je premissa na kojoj postoji cijeli dokaz. Ako signal sadrži bilo kakvu energiju iznad B, uzorkovanje, superponiraju i se na pravi sadržaj unutar pojasa. Aliasirana energija nije rekonstruirana koju je nosila uništena je. Shannonova savršena rekonstrukcija postaje savršena rekonstrukcija pogrešnog signala.

Standardni inženjerski odgovor na ovaj problem je antialiasing filter: niskopropusni filter postavljen prije ADC-a koji slabi svu energiju iznad Nyquistove frekvencije. Ako je filter idealan -- beskonačno slabljenje iznad B, premissa je obnovljena i teorem se primjenjuje. U praksi, nijedan filter nije idealan. Svaki prijelazni pojas i konačno slabljenje stop pojasa. Energija propušta.

Pitanje koje ovaj rad obrađuje nije propušta li energija. To je poznato. Pitanje je: koliko izvornim signalom i može li se išta od nje obnoviti nakon uzorkovanja?

Nismo tražili ovaj rezultat. Naš laboratorij provodio je rutinsku karakterizaciju izvedbe antialiasing filtra za program razvoja proizvoda. Anomalija se pojavila u prvoj mjesečnoj sjednici i ustrajala kroz 18 mjeseci istrage. Objavljujemo je ovdje jer nismo uspjeli uiniti da nestane.

2. PREMISA POJASNOG OGRANIČENJA

Shannonov dokaz zahtijeva da ulazni signal zadovoljava strogi matematički uvjet: njegova Fourierova transformanta jednaka je nuli za sve frekvencije iznad B. Ovo nije približno nula, niti zanemarivo malo, niti nula.

Paley-Wienerov teorem (1934.) utvrđuje da nijedan signal konačnog trajanja ne može biti pojasno ograničen -- onaj koji počinje i završava -- nužno ima beskonačnu širinu pojasa. Njegova Fourierova transformanta proizvoljno visoke frekvencije, s gustoćom energije koja opada, ali nikada ne dostiže nulu.

Svaka glazbena izvedba je vremenski ograničena. Svaka snimateljska sjednica počinje i završava u vremenu. Svaka je pojasno ograničena u smislu kako Shannon zahtijeva.

Ovo je dobro poznato. Standardni odgovor je da je energija iznad Nyquistove frekvencije zanemarivo mala -- toliko ispod praga šuma bilo kojeg praktičnog sustava da se može tretirati kao nula. Ovaj odgovor je pragmatično razuman. Također, magnitudi energije iznad pojasa, a tvrdnje treba mjeriti.

Izmjerali smo je.

Konkretno, mjerili smo spektralnu gustoću u energije stvarnih audio signala u području između frekvencije na kojoj energija pada ispod praga šuma našeg sustava. Za sustav uzorkovanja od 192 kHz s Nyquistovom frekvencijom od 96 kHz i tipičnim eliptičkim antialiasing filtrom 8. reda (-3 dB pri 90 kHz, približno 90 kHz do 400 kHz).

Energija u ovom području nije nula. Nije zanemariva. I nije šum.

3. METODOLOGIJA

Akvizijski sustav dizajniran je za jednu svrhu: karakterizirati spektralni sadržaj audio signala u frekventijskom rasponu koji su antialiasing filtri dizajnirani da uklone.

Signalna staza sastojala se od DPA 4006A omnidirekcionalnog mjernog mikrofona (specificiran ravan do 40 kHz, -3 dB pri 100 kHz, rezidualni odziv mjerljiv do približno 500 kHz), namjenski izgrađenog instrumentacijskog pojačavača od DC do 2 MHz (-3 dB) i AKM AK5578 32-bitnog delta-sigma ADC-a koji radi na svojoj maksimalnoj brzini uzorkovanja od 768 kHz, daju i Nyquistovu frekvenciju od 384 kHz.

Nije korišten antialiasing filter.

Izostavljanje antialiasing filtra bilo je namjerno. Svrha eksperimenta bila je izmjeriti energiju koju antialiasing filtri uklanjaju.

Uključivanje jednog poništilo bi eksperiment. Odsutnost filtra znači da energija iznad 384 kHz uzorkovanja od 768 kHz postavlja Nyquistovu frekvenciju toliko iznad audio pojasa da je aliasing iz glazbeno relevantnih izvora zanemariv u svrhe ove karakterizacije. (Vratimo se na ovu temu u odjeljku 5.)

Sustav je kalibriran prema Bruel & Kjaer Type 4231 zvučnom kalibratoru (1 kHz, 94 dB SPL) i Precision APx555B analizatora s provjerenim specifikacijama do 204,8 kHz. Prag šuma cijele komori bez prisutnosti signala, bio je -198,2 dBFS od 20 Hz do 384 kHz. To je 5,5 dB ispod teorijskog kvantizacijskog praga šuma 32-bitnog konvertera, što se može pripisati oblikovanju šuma delta-sigma modulatora koji koncentrira kvantizacijski šum iznad propusnog pojasa.

Snimke su rađene u 11 lokacija tijekom 18 mjeseci. Lokacije su uključivale koncertne dvorane, jazz klub, vanjski amfiteatar, stambenu sobu za slušanje i bežičnu komoru (za kalibraciju instrumenata (klavir, tambura, violinu, trubu), male ansamble (gudački kvartet, jazz trio), pop, rock bend i elektronički sintesajzer. Ukupno snimljeni materijal: 4.147 sati, od kojih je 4.147 sati sadržavalo je šum rukovanja, kvarove opreme ili prekide).

Za svaku snimku spektralna gustoća energije izražavana je u pojasevima 1/12 oktave od 20 Hz do 20 kHz metodom (Hannov prozor, 50% preklapanje, 65.536-točkovni FFT). Energija u svakom pojasevu digitalne pune skale.

4. REZULTATI

U svih 4.000 sati snimljenog materijala bila je prisutna mjerljiva spektralna energija iznad 96 kHz -- Nyquistove frekvencije standardnog audio sustava od 192 kHz.

Razina je varirala s izvornim materijalom:

Solo tambura (Ruckersova kopija, mikrofona izbliza na 15 cm): energija pri 96-120 kHz šuma (-198 dBFS) do približno 210 kHz.

Solo klavir (Steinway D, otvoren poklopac, par mikrofona na 1,5 m): energija pri 96-120 kHz do približno 260 kHz.

Gudački kvartet (Wigmore Hall, glavni par na 3 m): -134,2 dBFS pri 96-120 kHz, mjerljivo do približno 310 kHz.

Jazz trio (Village Vanguard, mikrofona izbliza): -119,4 dBFS pri 96-120 kHz, mjerljivo do približno 310 kHz.

Puni orkestar (Concertgebouw, Decca tree na 3,5 m): -112,8 dBFS pri 96-120 kHz, mjerljivo do približno 290 kHz.

Orgulje (St. Sulpice, Pariz, mikrofoni u glavnoj laji): -108,3 dBFS pri 96-120 kHz, mjerljivo do približno 340 izmjerena apsolutna širina pojasa, u skladu s generiranjem visokofrekventnih tranzijenata orgulja od šuma ventila i turbulencije zraka.

Pojasni rock bend (studio, izravno ubacivanje + sobni mikrofoni): -103,1 dBFS pri 96-120 kHz.

Mikrofonima izbliza snimljeni puhački ansambl (4 trube, 4 trombona, studio): -91,6 dBFS pri 96-120 kHz. Ovo je bila najveća izmjerena gustoća energije u području iznad Nyquista.

Elektronički sintesajzer (Moog Voyager, izravno ubacivanje): -96,2 dBFS pri 96-120 kHz, oscilator i filter proizveli su širokopojasnu energiju koja se proteže daleko iznad audio pojasa.

Ove razine su niske. Najveće mjerenje, -91,6 dBFS za puhački ansambl, jest 91,6 dB ispod kojeg standardu. No to je 106,6 dB iznad praga šuma sustava. Nije šum. To je signal.

Da to potvrdimo, izračunali smo unakrsnu korelaciju između omotnice energije iznad 96 kHz. U svim snimkama korelacija je premašila $r = 0,93$. Energija iznad pojasa prati glazbenu dinamiku -- glasnija je tijekom glasnih dijelova, tiša tijekom tihih dijelova i odsutna tijekom tišine. Generirana je istim fizikalnim procesima, prema bilo kojoj razumnoj definiciji, dio glazbe.

5. ALIASING REZIDUAL

Energija iznad pojasa dokumentirana u odjeljku 4 postoji u kontinuiranom analognom signalu. Kada se taj signal uzorkuje konvencionalnim audio sustavom -- brzina uzorkovanja 192 kHz, antialiasing filter sa slabljenjem stop pojasa od -120 dB pri 96 kHz -- veća energija se uklanja. No ne sva.

Filter sa specifikacijom slabljenja stop pojasa od -120 dB propušta energiju 120 dB ispod (-91,6 dBFS iznad 96 kHz), rezidualna energija iznad pojasa nakon antialiasing filtra iznosi približno $-91,6 - 120 = -211,6$ dBFS. Ovo je ispod praga šuma bilo kojeg postojećeg konvertera i može se sigurno zanemariti.

No specifikacija filtra od -120 dB primjenjuje se na frekvenciji dubokog stop pojasa -- obično 90 kHz. U prijelaznom pojasu između ruba propusnog pojasa i dubokog stop pojasa, slabljenje je mnogo manje. U našem laboratoriju (uobičajena topologija u profesionalnim audio konverterima), slabljenje je samo -87 dB, pri 91 kHz samo -64 dB, a pri 90 kHz (-3 dB toka) samo -3 dB.

Energija signala između 90 kHz i 96 kHz prolazi kroz filter sa slabljenjem u rasponu od 3 do 120 dB ispod stop pojasa u propusni pojas tijekom uzorkovanja, sklapaju i se oko 96 kHz Nyquistove frekvencije i s njom najosjetljivijeg područja ljudskog sluha.

Izmjerali smo ovaj aliasirani rezidual izravno usporedbom izlaza istog ADC-a sa i bez uključenog filtera -- energija koju filter nije u potpunosti uklonio -- bila je prisutna u svakoj snimci.

Za puhački ansambl, aliasirani rezidual u pojasu 0-6 kHz mjerio je -158,3 dBFS. Za solo klavirski sintesajzer, -162,7 dBFS.

Ove razine su izvanredno niske. Ne ujedine su. Ispod su praga toplinskog šuma bilo kojeg sustava, a praga šuma našeg mjernog sustava i korelirane su s programskim materijalom.

Aliasirani rezidual nije nasumičan. To je deterministička funkcija ulaznog signala, prijenosna karakteristika, u terminima informacijske teorije, šumni kanal kroz koji informacija o signalu iznad pojasa propušta u uzorkovane podatke.

Shannonov teorem kaže da je izvorna informacija iznad pojasa uništena aliasingom. Ovo je istina kada je signal savršeno pojasno ograničen. Kada nije -- a pokazali smo da nikada nije -- rezidual preživljava, nose i malu količinu izvornim sadržajem iznad pojasa.

6. OBNOVA INTERSAMPLNE INFORMACIJE

Može li se aliasirani rezidual upotrijebiti za obnovu informacije o izvornom signalu iznad pojasa?

Shannon kaže ne. Dokaz teorema utvrđuje da su aliasirani i pravi sadržaj unutar pojasa mješoviti. Shannon pretpostavlja da je aliasirana energija stigla preko frekvencijskog savijanja koje preslikava jednu frekvenciju ispod pojasa -- preslikavanje jedan-prema-mnogo koje uništava izvorni frekvencijski identitet.

Ova pretpostavka vrijedi za jednu operaciju uzorkovanja. Ne vrijedi kada je dostupno više uzoraka i sadržaj iznad pojasa ima vremensku strukturu.

Aliasirani rezidual nije stati na koli ina. Varira od uzorka do uzorka jer varira sadržaj iznad pojasa. A njegova ograničenja: mora biti u skladu sa signalom koji je (a) potekao iznad Nyquistove frekvencije, (b) prošao kroz prijenosnu funkcijom i (c) generiran istim fizikalnim izvorom kao sadržaj unutar pojasa.

Ova ograničenja su informativna. Isključuju većinu mogućih signala iznad pojasa i ostavljaju opaženim rezidualom.

Implementirali smo algoritam obnove temeljen na ograničenoj procjeni najveće vjerodostojne uzorkovane podatke, izmjerenu prijenosnu funkciju antialiasing filtra i statistički model obnove iznad pojasa (treniran na 2.000 sati referentnih snimki od 768 kHz). Daje kao izlaz procjenu sadržaja iznad pojasa koja je maksimalno u skladu s opaženim aliasiranim rezidualom.

Točnost obnovljenog signala procijenjena je usporedbom s istinom od 768 kHz. Uzajamna istinitost sadržaja iznad pojasa izražavana je pomoću Kozachenko-Leonenkovog estimatora

Rezultati: algoritam obnove ekstrahirao je izmeću 0,008 bita po uzorku (solo embalo) i 0,001 bita (izbliza) uzajamne informacije s istinitim signalom iznad pojasa. Kontrolni eksperiment koji je pokazao 0,000 +/- 0,001 bita po uzorku, potvrđuje i da je obnovljena informacija ovisna o signalu,

Za puhački ansambl, 0,31 bita po uzorku kroz 192.000 uzoraka po sekundi iznosi 59.520 bita po sekundi iznad Nyquista po sekundi, obnovljene iz signala za koji Shannonov teorem jamči da uopće ne postoji

Informacija postoji jer premisa ne vrijedi. Signal nije pojasno ograničen. Uzorci sadrže tri puta više informacije od Shannonovog okvira tretira kao uništene. Nisu uništeni. Samo su oslabljeni, aliasirani i teško ekstraktivni. No oni su tu.

7. POTENCIJALNI KONFONDI

Razmotrili smo sedam alternativnih objašnjenja za promatrane rezultate. Nijedno nije preživjelo.

1. Nelinearnost ADC-a. Nelinearni konverter mogao bi generirati spektralni sadržaj koji oponaša energiju iznad pojasa.

Karakterizirali smo integralnu nelinearnost (INL) i diferencijalnu nelinearnost (DNL) AK5578 na svim radnim frekvencijama.

Izmjerena INL od +/- 0,8 LSB pri 32 bita pridonosi izobličenjima pri -199 dBFS, znatno ispod nelinearnost konvertera proizvela bi harmonike u fiksnim frekvencijskim odnosima prema ulaznim tonovima, a opažena energija iznad pojasa ne slijedi harmonijske obrasce.

2. Izobličenje predpojačala. Ukupno harmoničko izobličenje namjenskog predpojačala izmjereno na 10 kHz, opadaju i na -151 dB pri 10 kHz. Energija iznad pojasa premašuje te razine za 40-60 dB u odnosu na harmonička predpojačala.

3. Artefakti mikrofona. DPA 4006A ima dokumentirani ultrazvučni odziv koji bi mogao proizvesti dodatne mjerena pomoću Bruel & Kjaer Type 4138 1/8-inog tla nog mikrofona, koji su poznati intermodulacijskih artefakata. Razine energije iznad pojasa bile su konzistentne s tim artefaktima i potječu iz akustičnog polja, a ne iz mikrofona.

4. Elektromagnetske smetnje. Lokacije snimanja sadržavale su razne izvore EMI (rasvjetna oprema, mjerena u potpuno oklopljenoj RF kabini koriste i snimljeni materijal reproduciran kroz radio, ali je o uvana, potvrđuje i akustično porijeklo).

5. Akustika prostorije. Visokofrekventna akustična energija mogla bi biti generirana modovima na granicama prostorije. Mjerali smo i u bezehoičnoj komori i u reverberantnim lokacijama. Oba uvjeta, iako na različitim razinama (niža u bezehoičnoj komori, kao što se očekuje za reverberantnu komoru).

6. Pristranost algoritma. Statistički model algoritma obnove treniran je na istoj vrsti podataka kao i algoritam koji omogućuje cirkularno rasuivanje. Ponovo smo pokrenuli eksperiment pomoću modela treniranog na materijalu za obnovu informacije iz snimki solo instrumenata (i obratno). Obnovljena uzajamna informacija opala je za 15-20%, no ostala je statistički značajna ($p < 0,01$) u svim slučajevima. Nadalje smo pokrenuli algoritam koji je pokazao pojasno ograničeni (generirani pri 768 kHz, digitalno filtrirani na 96 kHz, pošto je ispravno vratio 0,000 bita po uzorku obnovljive informacije, potvrđuje i da ne halucinira i da je obnovljena informacija ovisna o signalu).

7. Korelacija toplinskog šuma. Toplinski šum u analognoj signalnoj stazi mogao bi stvoriti koreliranu energiju iznad i ispod Nyquistove frekvencije. Izračunali smo teorijski doprinos toplinskog šuma od mikrofona, p koji je toplinski šum u pojasu 96-384 kHz bio je -184 dBFS, znatno ispod izmjerene energije iznad pojasa. Nadalje, toplinski šum proizveo bi nultu unakrsnu korelaciju s programskim materijalom, a izmjerili smo $r > 0,93$.

Nismo mogli identificirati konfundirajući faktor koji bi objasnio podatke.

8. RASPRAVA

Nyquist-Shannonov teorem uzorkovanja nije pogrešan. Njegov dokaz je valjan. Njegov zaključak je pogrešan. Premisa je pogrešna.

Nijedan stvarni audio signal nije pojasno ograničen u smislu kako Shannon zahtijeva. Sva instrumenta, svaki ljudski glas proizvodi energiju koja se proteže iznad bilo koje konačne frekvencije. Smanjuju ovu energiju, ali je ne eliminiraju. Rezidualna energija iznad pojasa koja preživljava filter aliasira u uzorkovane podatke, nose i sa sobom malu, ali mjerljivu količinu informacije o izvornom signalu.

Ovaj nalaz ne ruši digitalni audio. Količine su izrazito male. Najveća uzajamna informacija za puhački ansambl -- predstavlja informacijsku stopu od približno 7,3 kilobajta po sekundi uzorkovanju 192 kHz 32-bitnog audio toka. Intersampalna informacija je dodatak od 0,6% Shannonovom teoremu.

Ne postoji. A njena postojanost znači da standardna tvrdnja -- „snimka od 192 kHz hvata savršeno, bez gubitka” -- nije precizno istinita. Hvata sve informacije u hipotetskom originalu. Stvarni analogni original sadrži više.

Koliko više ovisi o izvornom materijalu, antialiasing filtru i brzini uzorkovanja. Naša mjerenja sugeriraju da se intersampalna informacija brzo smanjuje s povećanjem brzine uzorkovanja (prijelazni pojas antialiasing filtra, smanjuju i rezidual). Pri 768 kHz, intersampalna informacija je nedetektabilna. Pri 192 kHz -- standardnoj brzini uzorkovanja CD-a, s Nyquistovom frekvencijom od 22,05 kHz -- intersampalna informacija je antialiasing filter mora raditi mnogo bliže audio pojasu.

Nismo mjerili pri 44,1 kHz. Taj eksperiment je u tijeku. Implikacije njegovog ishoda -- kakav god bio -- protežu se izvan opsega ovog rada.

Naglašavamo da ne predlažemo zamjenu za teorem uzorkovanja. Dokumentiramo mjerenje. Mjerenje pokazuje da stvarni signali sadrže informacije koje premisa teorema isključuje. Teorem je potpun za pojasno ograničene signale. Razlika između u teorema i stvarnosti je mala, no nije nula, i mogli smo je izmjeriti.

9. ZAKLJUČAK

Izmjericili smo spektralnu energiju 4.000 sati glazbenog materijala iznad Nyquistove frekvencije standardnog audio sustava od 192 kHz. U svakom slučaju, prisutna je bila mjerljiva energija korelirana sa signalom. Ova energija se uklanja se -- nesavršeno -- antialiasing filtrom prije uzorkovanja.

Nesavršeno uklanjanje ostavlja aliasirani rezidual u uzorkovanim podacima. Ovaj rezidual smanjuje uzajamne informacije s izvornim signalom iznad pojasa. Algoritam obnove temeljen na ograničenom pojasu može ekstrahirati dio te informacije.

Ovi nalazi ne poništavaju Nyquist-Shannonov teorem uzorkovanja. Pokazuju da premisa teorema nije zadovoljena stvarnim audio signalima i da je rezultirajuća razlika između u teorijske sa stvarnim rekonstrukcije mjerljiva s dovoljno preciznom opremom.

Praktični značaj te razlike pitanje je za daljnje proučavanje. Količine su male. Jesu li uopće u prijavi izmjerenoj brzini uzorkovanja, izvan je opsega ovog rada. Izvještavamo samo da je teorem uzorkovanja ne uzima u obzir.

LITERATURA

- [1] C. E. Shannon, „Communication in the presence of noise”, Proc. IRE, vol. 37, br. 1, str. 10-21, 1949.
- [2] H. Nyquist, „Certain topics in telegraph transmission theory”, Trans. AIEE, vol. 47, br. 2, str. 617-644, 1928.
- [3] R. E. A. C. Paley i N. Wiener, „Fourier transforms in the complex domain”, AMS Colloquium Publications, vol. 19, 1934.
- [4] R. M. Gray i D. L. Neuhoff, „Quantization”, IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 44, br. 6, str. 2325-2383, 1998.
- [5] A. V. Oppenheim, R. W. Schaffer, Discrete-Time Signal Processing, 3. izd., Prentice Hall, 2009.
- [6] A. Papoulis, „Generalized sampling expansion”, IEEE Trans. Circuits Syst., vol. 24, br. 11, str. 652-654, 1977.
- [7] F. Marvasti, Nonuniform Sampling: Theory and Practice, Kluwer Academic, 2001.
- [8] L. Kozachenko i N. Leonenko, „Sample estimate of the entropy of a random vector”, Problems of Information Transmission, vol. 23, br. 2, str. 95-101, 1987.
- [9] J. D. Reiss, „A meta-analysis of high-resolution audio perceptual evaluation”, J. Audio Eng. Soc., vol. 64, br. 6, str. 364-379, 2016.
- [10] S. Yoshikawa, „Energy spectrum of the lip-reed oscillation in brass instruments”, J. Acoust. Soc. Am., vol. 97, br. 5, str. 3269-3275, 1995.

- [11] P. Welch, „The use of fast Fourier transform for the estimation of power spectra”, IEEE Trans. Audio Electroacoust., vol. 15, br. 2, str. 70-73, 1967.
- [12] IEC 61672-1:2013, Elektroakustika -- Mjera i razine zvuka -- Dio 1: Specifikacije.
- [13] AKM Semiconductor, „AK5578 32-bit 768 kHz ADC datasheet”, rev. 2, 2022.
- [14] J. A. Cadzow, „An extrapolation procedure for band-limited signals”, IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process., vol. 27, br. 1, str. 4-12, 1979.