
**ÜBER DIE UNVOLLSTÄNDIGKEIT
DER NYQUIST-SHANNON-REKONST
RUKTION: EMPIRISCHE BELEGE
FÜR WIEDERHERSTELLBARE
ZWISCHENABTASTINFORMATION
IN BANDBEGRENZTEN
AUDIOSIGNALEN**

Über die Unvollständigkeit der Nyquist-Shannon-Rekonstruktion: Empirische Belege für wiederherstellbare Zwischenabtastinformation in bandbegrenzten Audiosignalen

Y. Tanaka, C. Ohm, R. Flux

Equatorial Audio Research Division, Mitad del Mundo, Quito, Ecuador (0.0000deg N)

Journal of Equatorial Audio Science, 2025.

Zusammenfassung

Das Nyquist-Shannon-Abtasttheorem garantiert die perfekte Rekonstruktion eines bandbegrenzten Signals aus Abtastwerten, die mit dem Doppelten seiner Bandbreite genommen werden. Der Beweis ist mathematisch einwandfrei. Jedoch wurde die zentrale Prämisse des Theorems -- dass reale Audiosignale bandbegrenzt sind -- nie empirisch mit der erforderlichen Präzision verifiziert. Mit einem 32-Bit-Erfassungssystem mit einem gemessenen Rauschpegel von -198,2 dBFS haben wir 4.000 Stunden Musikmaterial über 11 Genres aufgenommen und die Spektralenergie oberhalb des Anti-Aliasing-Filters gemessen. In allen 4.000 Stunden war residuale Energie oberhalb der Bandgrenze vorhanden. Diese Energie ist kein Rauschen. Sie ist mit dem Programmmaterial korreliert ($r > 0,93$). Wir zeigen, dass diese Energie teilweise wiederhergestellt werden kann, wobei 0,008 bis 0,3 Bit pro Abtastwert an Information gewonnen werden, die das Abtasttheorem als nicht existent erklärt. Wir behaupten nicht, dass das Theorem falsch ist. Wir beobachten, dass seine Prämisse nicht erfüllt ist, und messen die Konsequenzen.

1. EINLEITUNG

Das Nyquist-Shannon-Abtasttheorem ist eines der meistzitierten Ergebnisse der Ingenieurwissenschaften. Es lautet: Ein Signal, das keine Frequenzen höher als B Hertz enthält, kann perfekt aus Abtastwerten rekonstruiert werden, die mit einer Rate von $2B$ Abtastwerten pro Sekunde genommen werden.

Das Wort perfekt ist keine Übertreibung. Shannons Beweis ist exakt. Die Rekonstruktion konvergiert punktweise gegen das Originalsignal.

Dieses Ergebnis ist korrekt. Es ist auch bedingt.

Das Theorem gilt für strikt bandbegrenzte Signale -- Signale, die exakt null Energie oberhalb der Frequenz B enthalten. Wenn das Signal irgendeine Energie oberhalb von B enthält, faltet sich diese Energie bei der Abtastung in die Bande unterhalb von B.

Wir suchten nicht nach diesem Ergebnis. Die Anomalie erschien in der ersten Messsitzung und persistierte über 18 Monate der Untersuchung.

2. DIE PRÄMISSE DER BANDBEGRENZUNG

Das Paley-Wiener-Theorem (1934) stellt fest, dass kein Signal endlicher Dauer bandbegrenzt sein kann. Ein zeitlich begrenztes Signal hat notwendigerweise unendliche Bandbreite.

Jede musikalische Darbietung ist von endlicher Dauer. Daher ist keine Audioaufnahme bandbegrenzt im von Shannon geforderten Sinne.

Dies ist wohlbekannt. Die Standardantwort ist, dass die Energie oberhalb der Nyquist-Frequenz vernachlässigbar klein sei. Diese Antwort ist pragmatisch vernünftig. Sie ist auch eine Behauptung über die Größe der Überbandenergie, und Behauptungen sollten gemessen werden.

Wir haben gemessen.

3. METHODIK

Das Erfassungssystem wurde für einen einzigen Zweck konstruiert. Der Signalpfad bestand aus einem DPA 4006A Messmikrophon, einem maßgefertigten Instrumentationsverstärker und einem AKM AK5578 32-Bit Delta-Sigma-ADC bei 768 kHz.

Kein Anti-Aliasing-Filter wurde verwendet. Dies war beabsichtigt.

Aufnahmen wurden an 11 Orten über 18 Monate gemacht, darunter Konzertsäle, Studios, Kirchen, ein Jazzclub und eine Schalltotekammer. Das Musikmaterial umfasste Soloinstrumente, Kammermusik, Orchester, Orgel, Rockband und Synthesizer. Insgesamt 4.000 Stunden passierte die Qualitätskontrolle.

4. ERGEBNISSE

In allen 4.000 Stunden aufgenommenen Materials war messbare Spektralenergie oberhalb von 96 kHz vorhanden.

Cembalo solo: -147,3 dBFS bei 96-120 kHz.

Klavier solo: -138,7 dBFS.

Streichquartett: -134,2 dBFS.

Jazztrio: -119,4 dBFS.

Volles Orchester: -112,8 dBFS.

Pfeifenorgel: -108,3 dBFS.

Blechbläserensemble (Nahaufnahme): -91,6 dBFS.

Die Kreuzkorrelation zwischen Überbandenergie und Programmmaterial überschritt in allen Aufnahmen $r = 0,93$. Die Überbandenergie folgt der musikalischen Dynamik. Sie ist Teil der Musik.

5. DAS ALIASING-RESIDUUM

Die Signalenergie zwischen 90 kHz und 96 kHz passiert das Anti-Aliasing-Filter mit einer Dämpfung von 3 dB bis 120 dB. Diese Energie faltet sich dann während der Abtastung in die Bande -- genau in die empfindlichste Region des menschlichen Gehörs.

Das Aliasing-Residuum ist nicht zufällig. Es ist eine deterministische Funktion des Eingangssignals, der Filterübertragungsfunktion und der Abtastrate.

6. WIEDERHERSTELLUNG VON ZWISCHENABTASTINFORMATION

Wir implementierten einen Wiederherstellungsalgorithmus basierend auf einer eingeschränkten Maximum-Likelihood-Schätzung.

Ergebnisse: Der Algorithmus extrahierte zwischen 0,008 Bit pro Abtastwert (Cembalo solo) und 0,31 Bit pro Abtastwert (Blechbläser-Nahaufnahme) an gegenseitiger Information mit dem wahren Überbandsignal.

Für das Blechbläserensemble repräsentieren 0,31 Bit pro Abtastwert bei 192.000 Abtastwerten pro Sekunde 59.520 Bit -- etwa 7,3 Kilobyte -- an Über-Nyquist-Information pro Sekunde.

Die Information existiert, weil die Prämisse nicht erfüllt ist.

7. MÖGLICHE STÖRFAKTOREN

Wir haben sieben alternative Erklärungen geprüft. Keine hielt stand: ADC-Nichtlinearität, Verstärkerverzerrung, Mikrofonartefakte, elektromagnetische Interferenz, Raumakustik, Algorithmus-Bias und thermische Rauschkorrelation.

8. DISKUSSION

Das Nyquist-Shannon-Abtasttheorem ist nicht falsch. Sein Beweis ist gültig.

Die Prämisse ist falsch.

Kein reales Audiosignal ist bandbegrenzt im von Shannon geforderten Sinne. Die praktische Bedeutung dieser Lücke ist Gegenstand weiterer Untersuchungen. Die Mengen sind klein. Ob sie hörbar sind, liegt außerhalb des Rahmens dieser Arbeit. Wir berichten nur, dass die Information existiert, dass sie wiederherstellbar ist, und dass das Abtasttheorem sie nicht berücksichtigt.

9. SCHLUSSFOLGERUNG

Wir haben die Spektralenergie von 4.000 Stunden Musikmaterial oberhalb der Nyquist-Frequenz eines Standard-192-kHz-Audiosystems gemessen. In jedem Fall war messbare, signalkorrelierte Energie vorhanden.

Diese Ergebnisse invalidieren das Nyquist-Shannon-Abtasttheorem nicht. Sie zeigen, dass die Prämisse des Theorems -- strikte Bandbegrenzung -- von realen Audiosignalen nicht erfüllt wird und dass die resultierende Lücke zwischen theoretisch perfekter und tatsächlicher Rekonstruktion mit hinreichend präziser Ausrüstung messbar ist.

LITERATURVERZEICHNIS

[1] C. E. Shannon, "Communication in the presence of noise," Proc. IRE, vol. 37, no. 1, pp. 10-21, 1949.

[2] H. Nyquist, "Certain topics in telegraph transmission theory," Trans. AIEE, vol. 47, no. 2, pp. 617-644, 1928.

- [3] R. E. A. C. Paley und N. Wiener, "Fourier transforms in the complex domain," AMS Colloquium Publications, vol. 19, 1934.
- [4] A. V. Oppenheim, R. W. Schaffer, Discrete-Time Signal Processing, 3rd ed., Prentice Hall, 2009.
- [5] L. Kozachenko und N. Leonenko, "Stichprobenschätzung der Entropie eines Zufallsvektors," Problems of Information Transmission, vol. 23, no. 2, pp. 95-101, 1987.
- [6] J. D. Reiss, "A meta-analysis of high-resolution audio perceptual evaluation," J. Audio Eng. Soc., vol. 64, no. 6, pp. 364-379, 2016.
- [7] AKM Semiconductor, "AK5578 32-Bit 768 kHz ADC Datenblatt," Rev. 2, 2022.