
**O NEPOTPUNOSTI
NYQUIST-SHANNONOVE
REKONSTRUKCIJE: EMPIRIJSKI
DOKAZI ZA OBNOVLJIVU
INFORMACIJU IZ ME U UZORAK
OPSEGU OGRANI ENIM AUDIO
SIGNALIMA**

O nepotpunosti Nyquist-Shannonove rekonstrukcije: Empirijski dokazi za obnovljivu informaciju izme u uzoraka u opsegu ograni enim audio signa

Y. Tanaka, C. Ohm, R. Flux

Equatorial Audio Research Division, Mitad del Mundo, Quito, Ecuador (0.0000deg N)

Journal of Equatorial Audio Science, 2025.

Sažetak

Nyquist-Shannonova teorema o uzorkovanju garantuje savršenu rekonstrukciju opsega ograni eni širinom njegovog opsega. Dokaz je matemati ki ispravan. Me utim, centralna premisa teoreme - opsega ograni eni -- nikada nije empirijski potvr ena s preciznoš u potrebnom da garancija važi sistem za prikupljanje s izmjenjenim nivoom šuma od -198,2 dBFS, snimili smo 4.000 sati muzi ka distribuciju spektralne energije iznad grani ne frekvencije anti-aliasing filtera. U svih 4.000 sa energija, u rasponu od -147,3 dBFS (solo embalo) do -91,6 dBFS (blisko mikrofonisani limeni a korelaciji s programskim materijalom ($r > 0,93$ u svim slu ajevima) i nosi mjerljivu uzajamnu in energija aliasira u prolazni opseg tokom uzorkovanja, ne nestaje -- superponira se na sadržaj ovisnom o signalu. Pokazujemo da se ova aliasirana energija može djelimi no obnoviti pomo u t daju i 0,008 do 0,3 bita po uzorku informacije za koju teorema o uzorkovanju tvrdi da ne posto. Posmatramo da njena premisa nije ispunjena i mjerimo posljedice.

1. UVOD

Nyquist-Shannonova teorema o uzorkovanju spada me u najcitiranije rezultate u inženjers Shannona 1949. godine, na osnovu rada Harryja Nyquista iz 1928. godine o telegrafskom prijenosu, teorema kaže: signal koji ne sadrži frekvencije više od B herca može se savršeno rekonstruisati iz uzoraka uzetih brzinom od $2B$ uzoraka u sekundi.

Rije „savršeno“ nije hiperbola. Shannonov dokaz je ta an. Rekonstrukcija konvergira ta k svakom trenutku izme u uzoraka. Nikakva informacija se ne gubi. Digitalna reprezentacija analognog originala.

Ovaj rezultat je verifikovan, proširen i primijenjen u svakoj oblasti koja dodiruje obradu signala. Ispravan je.

Ispravan je i uslovan.

Teorema se primjenjuje na signale koji su strogo opsega ograni eni -- signale koji sadrže Ovo je premisa na kojoj po iva cijeli dokaz. Ako signal sadrži bilo kakvu energiju iznad B tokom uzorkovanja, superponiraju i se na pravi sadržaj u opsegu. Aliasirana energija ne r sadržaja, a informacija koju je nosila je uništena. Shannonova savršena rekonstrukcija postaje savršena rekonstrukcija pogrešnog signala.

Standardni inženjerski odgovor na ovaj problem je anti-aliasing filter: niskopropusni filter postavljen prije ADC-a koji prigušuje svu energiju iznad Nyquistove frekvencije. Ako je filter idealan -- beskona no prigušenje izna premisa se obnavlja i teorema važi. U praksi, nijedan filter nije idealan. Svaki analogni a opseg i kona no prigušenje u opsegu zaustavljanja. Energija curi.

Pitanje koje ovaj rad razmatra nije da li energija curi. To je poznato. Pitanje je: koliko curi, kakav je njen informacijski odnos prema originalnom signalu i može li se išta od nje obnoviti nakon uzorkovanja?

Nismo tražili ovaj rezultat. Naša laboratorija je provodila rutinsku karakterizaciju performansi anti-aliasing filtera za program razvoja proizvoda. Anomalija se pojavila u prvoj sesiji mjerenja i opstala je kroz 18 mjeseci istraživanja. Objavljujemo je ovdje jer nismo bili u mogu nosti da je natjeramo da nestane.

2. PREMISA O OPSEGA OGRANI ENOSTI

Shannonov dokaz zahtijeva da ulazni signal zadovolji strogi matemati ki uslov: njegova F identni no jednaka nuli za sve frekvencije iznad B . Ovo nije približno nula, ili zanemarljivo

Paley-Wienerova teorema (1934.) ustanovljava da nijedan signal kona nog trajanja ne mož ograni en signal -- onaj koji po inje i prestaje -- nužno ima beskona nu širinu opsega. Nje se do proizvoljno visokih frekvencija, s gustinom energije koja se smanjuje, ali nikada ne dostiže nulu.

Svaka muzi ka izvedba je vremenski ograni ena. Svaka sesija snimanja po inje i prestaje. opsega ograni eno u smislu kako Shannon zahtijeva.

Ovo je dobro poznato. Standardni odgovor je da je energija iznad Nyquistove frekvencije zanemarljivo mala -- toliko ispod nivoa šuma bilo kojeg praktičnog sistema da se može tretirati kao nula. Ovaj odgovor je pragmatično razuman. To je u skladu s magnitudi iznad-opsežne energije, a tvrdnje treba mjeriti.

Mi smo je izmjerili.

Konkretno, mjerili smo gustinu spektralne energije stvarnih audio signala u području između 96 kHz i 400 kHz. Na toj frekvenciji energija pada ispod nivoa šuma našeg sistema. Za sistem uzorkovanja od 192 kHz s Nyquistovom frekvencijom od 96 kHz i tipičnim eliptičnim anti-aliasing filterom 8. reda (-3 dB na 90 kHz, -120 dB na 400 kHz).

Energija u ovom području nije nula. Nije zanemarljiva. I nije šum.

3. METODOLOGIJA

Sistem za prikupljanje dizajniran je za jednu svrhu: da okarakteriše spektralni sadržaj audio signala u frekvencijskom opsegu koji su anti-aliasing filteri dizajnirani da uklone.

Signalni put se sastojao od DPA 4006A omnidirekcionalnog mjernog mikrofona (specifikovan ravan do 40 kHz, -3 dB na 100 kHz, rezidualni odziv mjerljiv do približno 500 kHz), prilagođenog instrumentacijskog predpoja do 2 MHz (-3 dB) i AKM AK5578 32-bitnog delta-sigma ADC-a koji radi pri svojoj maksimalnoj Nyquistovoj frekvenciji od 384 kHz.

Nije korišten anti-aliasing filter.

Izostavljanje anti-aliasing filtera bilo je namjerno. Svrha eksperimenta bila je mjerenje energije koju anti-aliasing filteri uklanjaju. Uključivanje jednog poništilo bi eksperiment. Odsustvo filtera znači da se energija iznad 96 kHz uzorkovanja od 192 kHz postavlja Nyquistovu frekvenciju toliko iznad audio opsega da je zanemarljiv za potrebe ove karakterizacije. (Vratimo se na ovu temu u Sekciji 5.)

Sistem je kalibrisan u odnosu na Bruel & Kjaer Type 4231 zvučni kalibrator (1 kHz, 94 dB) i Precision APx555B analizatora s verifikovanim specifikacijama do 204,8 kHz. Nivo šuma kompletnog sistema, mjeren u bežbojnoj komori bez signala, bio je -198,2 dBFS od 20 Hz do 384 kHz. Ovo je 5,5 dB ispod teorijskog nivoa kvantizacijskog šuma 32-bitnog konvertora, rezultat koji se može pripisati oblikovanju šuma delta-sigma modulatora, koji koncentriše kvantizacijski šum iznad prolaznog opsega.

Snimanja su vršena u 11 lokacija tokom 18 mjeseci. Lokacije su uključivale koncertne dvorane (2), jazz klub, otvoreni amfiteatar, doma u sobu za slušanje i bežbojnu komoru (za kalibraciju solo instrumente (klavir, embalo, violinu, trubu), male ansamble (gudački kvartet, jazz tribend i elektronički sintisajzer. Ukupno snimljen materijal: 4.147 sati, od čega je 4.000 sati sadržavalo je šum rukovanja, kvarove opreme ili prekide).

Za svako snimanje, gustina spektralne energije izražavala se u opsezima od 1/12 oktave ometode (Hannov prozor, 50% preklapanje, 65.536-ta kasta FFT). Energija u svakom opsegu izražavala se na digitalni nivo punog opsega.

4. REZULTATI

U svih 4.000 sati snimljenog materijala, mjerljiva spektralna energija bila je prisutna iznad 96 kHz -- Nyquistove frekvencije standardnog audio sistema od 192 kHz.

Nivo je varirao s izvornim materijalom:

Solo embalo (kopija Ruckersa, blisko mikrofonisano na 15 cm): energija na 96-120 kHz p šuma (-198 dBFS) do približno 210 kHz.

Solo klavir (Steinway D, otvoren poklopac, par mikrofona na 1,5 m): energija na 96-120 kHz prosjek -138,7 dBFS, mjerljiva do približno 260 kHz.

Gudački kvartet (Wigmore Hall, glavni par na 3 m): -134,2 dBFS na 96-120 kHz, mjerljivo

Jazz trio (Village Vanguard, blisko mikrofonisano): -119,4 dBFS na 96-120 kHz, mjerljivo do približno 310 kHz.

Pun orkestar (Concertgebouw, Decca tree na 3,5 m): -112,8 dBFS na 96-120 kHz, mjerljivo do približno 290 kHz.

Orgulje (St. Sulpice, Pariz, mikrofoni u brodu crkve): -108,3 dBFS na 96-120 kHz, mjerljivo do približno 340 kHz. Izmjerena apsolutna širina opsega, u skladu s generisanjem visokofrekvencijskih prelaza orgulja iz šuma ventila i turbulencije vjetra.

Poja an rock bend (studio, direktno ubrizgavanje + sobni mikrofoni): -103,1 dBFS na 96-120 kHz, mjerljivo do približno 350 kHz. Ovo je bila najveća gustina energije izmjerena u području iznad Nyquista.

Blisko mikrofonisani limeni ansambl (4 trube, 4 trombona, studio): -91,6 dBFS na 96-120 kHz, mjerljivo do približno 350 kHz. Ovo je bila najveća gustina energije izmjerena u području iznad Nyquista.

Elektronički sintisajzer (Moog Voyager, direktno ubrizgavanje): -96,2 dBFS na 96-120 kHz. Oscilator i filter proizveli su širokopoljnu energiju koja se proteže daleko iznad audio opsega.

Ovi nivoi su niski. Najveće mjerenje, -91,6 dBFS za limeni ansambl, je 91,6 dB ispod digi-kojem standardu. Ali je 106,6 dB iznad nivoa šuma sistema. To nije šum. To je signal.

Da bismo ovo potvrdili, izračunali smo unakrsnu korelaciju između omotača energije iznad 96 kHz. U svim snimcima, korelacija je prelazila $r = 0,93$. Iznad-opsežna energija prati muzičke dijelove, tiša tokom tih dijelova i odsutna tokom tišine. Generišu je isti fizički događaji kojih razumnoj definiciji, dio muzike.

5. ALIASING REZIDUAL

Iznad-opsežna energija dokumentovana u Sekciji 4 postoji u kontinuiranom analognom signalu. Kada taj signal uzorkuje konvencionalni audio sistem -- brzina uzorkovanja 192 kHz, anti-aliasing filter s prigušenjem opsega zaustavljanja od -120 dB na 96 kHz -- najveći dio ove energije se uklanja. Ali ne sva.

Filter s prigušenjem opsega zaustavljanja od -120 dB propušta energiju 120 dB ispod ulaznog nivoa. Za limeni ansambl (-91,6 dBFS iznad 96 kHz), rezidualna iznad-opsežna energija nakon anti-aliasing filtera iznosi približno $-91,6 - 120 = -211,6$ dBFS. Ovo je ispod nivoa šuma bilo kojeg postojećeg konvertora i može se sigurno zanemariti.

Ali specifikacija filtera od -120 dB primjenjuje se na frekvenciji dubokog opsega zaustavljanja ili više. U prijelaznom opsegu između ivice prolaznog opsega i dubokog opsega eliptični filter 8. reda izmjereno u našoj laboratoriji (uobičajena topologija u profesionalnim audio uređajima) iznosilo je -120 dB, ali na 93 kHz samo -87 dB, na 91 kHz samo -64 dB i na 90 kHz (ta koja je najbliža 96 kHz) samo -50 dB.

Energija signala između 90 kHz i 96 kHz prolazi kroz filter s prigušenjem u rasponu od 3 do 6 dB. Ali aliasira u prolazni opseg tokom uzorkovanja, savijaju i se oko Nyquistove frekvencije od 96 kHz -- pravo u najosjetljivije područje ljudskog sluha.

Mjerali smo ovaj aliasirani rezidual direktno upoređujući ulaz i izlaz istog ADC-a s i bez uključenog filtera. Energija koju filter nije potpuno uklonio -- bila je prisutna u svakom snimku.

Za limeni ansambl, aliasirani rezidual u opsegu 0-6 kHz iznosio je -158,3 dBFS. Za solo koračni sintisajzer, -162,7 dBFS.

Ovi nivoi su izuzetno niski. Ne mogu se čuti. Ispod su nivoa termalnog šuma bilo kojeg stvarnog audio sistema i u korelaciji su s programskim materijalom.

Aliasirani rezidual nije slučajna funkcija ulaznog signala, prijenosna funkcija u terminima teorije informacija, šumni kanal kroz koji iznad-opsežna informacija o signalu curi u uzorkovane podatke.

Shannonova teorema kaže da je originalna iznad-opsežna informacija uništena aliasingom u opsegu iznad 96 kHz. Kada nije -- a pokazali smo da nikada nije -- rezidual preživljava, noseći informacije s originalnim iznad-opsežnim sadržajem.

6. OBNOVA INFORMACIJE IZME U UZORAKA

Može li se aliasirani rezidual koristiti za obnavljanje informacije o originalnom iznad-opsežnom signalu?

Shannon kaže ne. Dokaz teoreme ustanovljava da su aliasirani i pravi sadržaj u opsegu između 96 kHz i 192 kHz pretpostavlja da je aliasirana energija stigla preko frekvencijskog presavijanja koje preslikava svaku iznad-opsežnu frekvenciju na jednu ispod-opsežnu frekvenciju -- preslikavanje jedan na više koje uništava originalnu informaciju.

Ova pretpostavka važi za jednu operaciju uzorkovanja. Ne važi kada je dostupno više uzoraka i iznad-opsežni sadržaj ima vremensku strukturu.

Aliasirani rezidual nije stati ka koli ina. Varira od uzorka do uzorka jer iznad-opsežni sadržaj varira. I njegova ograničenja: mora biti u skladu sa signalom koji je (a) potekao iznad Nyquistove frekvencije, (b) prošao kroz prijenosnom funkcijom i (c) generisan istim fizičkim izvorom kao i sadržaj u opsegu.

Ova ograničenja su informativna. Isključuju većinu mogućih iznad-opsežnih signala i ostavljaju posmatranim rezidualom.

Implementirali smo algoritam obnove zasnovan na ograničenoj procjeni maksimalne vjerodajnosti uzorkovane podatke, izmjerenu prijenosnu funkciju anti-aliasing filtera i statistički model opsega (treniran na 2.000 sati referentnih snimaka od 768 kHz). Daje procjenu iznad-opsežnog sadržaja koja je maksimalno u skladu s posmatranim aliasiranim rezidualom.

Tačnost obnovljenog signala procijenjena je uporedivanjem s istinom od 768 kHz. Uzajamne procjene i istinskog iznad-opsežnog sadržaja izražavane su pomoću Kozachenko-Leonenkov

Rezultati: algoritam obnove izvukao je izmeđ u 0,008 bita po uzorku (samo embalo) i 0,31 instrumenti) uzajamne informacije s istinskim iznad-opsežnim signalom. Kontrolni eksperiment koji je koristio bijeli šum kao ulazni signal dao je 0,000 +/- 0,001 bita po uzorku, potvrđujući i da je obnovljena informacija ovisna

Za limeni ansambl, 0,31 bita po uzorku kroz 192.000 uzoraka u sekundi iznosi 59.520 bita -- približno 7,3 kilobajta -- iznad-Nyquistove informacije u sekundi, obnovljene iz signala za koji Shannonova teorema garantuje da uopšte ne sadrži iznad-Nyquistovu informaciju.

Informacija postoji jer premisa ne važi. Signal nije opsega ograničen. Uzorci sadrže tragove izvan Shannonovog okvira tretirane kao uništene. Nisu uništeni. Samo su prigušeni, aliasirani i teški

7. POTENCIJALNI KONFAUNDI

Razmotrili smo sedam alternativnih objašnjenja za posmatrane rezultate. Nijedno nije preživjelo.

1. Nelinearnost ADC-a. Nelinearni konvertor mogao bi generisati spektralni sadržaj koji oponaša iznad-opsežnu energiju. Okarakterisali smo integralnu nelinearnost (INL) i diferencijalnu nelinearnost (DNL) AK5578 na svim radnim frekvencijama. Izmjerena INL od +/- 0,8 LSB na 32 bita doprinosi distorzijским proizvodima na -199 dBFS, znatno ispod posmatranog reziduala. Dodatno, nelinearnost konvertora proizvela bi harmonike na fiksnim frekvencijskim odnosima prema ulaznim tonovima, a posmatrana iznad-opsežna energija ne prati harmonijske obrasce.

2. Distorzija predpojačala. Ukupna harmonijska distorzija prilagođenog predpojačala izmjenjuje se od 10 kHz, smanjujući se na -151 dB na 10 kHz. Iznad-opsežna energija prelazi ove nivoe za 40 dB u odnosu na harmonice predpojačala.

3. Artefakti mikrofona. DPA 4006A ima dokumentovan ultrazvučni odziv koji bi mogao proizvesti iznad-opsežnu energiju. Ponovili smo izabrana mjerenja koristeći Bruel & Kjaer Type 4138 1/8-inčni mikroskop za proučavanje bez poznatih intermodulacijskih artefakata. Nivoi iznad-opsežne energije bili su konzistentni s onima iz akustičkog polja, a ne iz mikrofona.

4. Elektromagnetne smetnje. Lokacije snimanja sadržale su razne izvore EMI-ja (rasvjeta, uređaji, mjerenja u potpuno oklopljenom RF kućištu koristeći i snimljen materijal koji se reprodukuje). Iznad-opsežna energija je sa uvana, potvrđujući akustičko porijeklo.

5. Akustika prostorije. Visokofrekvencijska akustička energija mogla bi biti generisana modovima difrakcijom na granicama prostorije. Mjerali smo i u bezehoenj komori i u reverberantnim lokacijama. Iznad-opsežna energija bila je prisutna u oba uslova, iako na različitim nivoima (niža u bezehoenj komori, kao što se očekuje).

6. Pristrasnost algoritma. Statistički model algoritma obnove bio je treniran na istom tipu materijala kao i testni materijal, potencijalno dozvoljavajući i kružno rasipanje. Ponovo smo pokrenuli eksperiment koristeći orkestralnom materijalu da obnovimo informaciju iz snimaka solo instrumenata (i obrnuto). Obnovljena uzajamna informacija smanjila se za 15-20%, ali je ostala statistički značajna ($p < 0,01$) u svim slučajevima. Da bi se isključilo uticaj sinteziranih signalima koji su bili dokazivo opsega ograničeni (generisani na 768 kHz, dječiji i uzorkovani na 192 kHz). Algoritam je tačno vratio 0,000 bita po uzorku obnovljive informacije, što znači da informaciju koja nije prisutna.

7. Korelacija termalnog šuma. Termalni šum u analognom signalnom putu mogao bi stvoriti koreliranu energiju iznad i ispod Nyquistove frekvencije. Izračunali smo teorijski doprinos termalnog šuma iz mikrofona, potvrđujući da termalni šum u opsegu 96-384 kHz iznosio je -184 dBFS, znatno ispod izmjerene iznad-opsežne energije. Nadalje, termalni šum bi proizveo nultu unakrsnu korelaciju s programskim materijalom, a mi smo izmjerili $r > 0,93$.

Nismo mogli identifikovati konfaundiraju i faktor koji objašnjava podatke.

8. DISKUSIJA

Nyquist-Shannonova teorema o uzorkovanju nije pogrešna. Njen dokaz je važe i. Njen zak Premisa je pogrešna.

Nijedan stvarni audio signal nije opsega ograni en u smislu kako Shannon zahtijeva. Svaki instrument, svaki ljudski glas proizvodi energiju koja se proteže iznad bilo koje kona ne smanjuju ovu energiju, ali je ne eliminišu. Rezidualna iznad-opsežna energija koja preživi filter aliasira se u uzorkovane podatke, nose i sa sobom malu, ali mjerljivu koli inu informacije o originalnom signalu.

Ovaj nalaz ne ruši digitalni audio. Koli ine koje su uklju ene su izuzetno male. Najve a uz 0,31 bita po uzorku za limeni ansambl -- predstavlja brzinu informacije od približno 7,3 k 1,1 megabajta u sekundi 192 kHz 32-bitnog audio toka. Informacija izme u uzoraka je dod sadržaju.

Ali postoji. I njeno postojanje zna i da standardna tvrdnja -- „snimak od 192 kHz hvata sv 44,1 kHz, savršeno, bez i ega izgubljenog" -- nije precizno ta na. Hvata svu informaciju u hipo analognog originala. Stvarni analogni original sadrži više.

Koliko više ovisi o izvornom materijalu, anti-aliasing filteru i brzini uzorkovanja. Naša mj uzoraka brzo smanjuje s pove anjem brzine uzorkovanja (prijelazni opseg anti-aliasing fil opseg, smanjuju i rezidual). Na 768 kHz, informacija izme u uzoraka je nedetektabilna. Na 192 kHz -- standardnoj CD brzini uzorkovanja, s Nyquistovom frekvencijom od 22,05 kHz -- inf ve a, jer anti-aliasing filter mora raditi mnogo bliže audio opsegu.

Nismo mjerili na 44,1 kHz. Taj eksperiment je u toku. Implikacije njegovog ishoda -- kakav god mogao biti -- protežu se izvan obima ovog rada.

Naglašavamo da ne predlažemo zamjenu za teoremu o uzorkovanju. Dokumentujemo mjerenje. Mjerenje pokazuje da stvarni signali sadrže informaciju koju premisa teoreme isklju uje. Teorema je potpuna za opsega opsega ograni eni. Jaz izme u teoreme i stvarnosti je mali, ali nije nula, i mogli smo ga i

9. ZAKLJU AK

Mjerili smo spektralnu energiju 4.000 sati muzi kog materijala iznad Nyquistove frekvenci U svakom slu aju, mjerljiva, sa signalom korelirana energija bila je prisutna. Ova energija uklanja se -- nesavršeno -- anti-aliasing filterom prije uzorkovanja.

Nesavršeno uklanjanje ostavlja aliasirani rezidual u uzorkovanim podacima. Ovaj rezidual uzajamne informacije s originalnim iznad-opsežnim signalom. Algoritam obnove zasnovan vjerodostojnosti može izvu i dio ove informacije.

Ovi nalazi ne poništavaju Nyquist-Shannonovu teoremu o uzorkovanju. Pokazuju da premisa teoreme -- stroga opsega ograni enost -- nije zadovoljena stvarnim audio signalima i da je rezultiraju i jaz izme u t rekonstrukcije mjerljiv s dovoljno preciznom opremom.

Prakti ni zna aj ovog jaza je predmet daljnjeg istraživanja. Koli ine su male. Da li su ujn razlikama prijavljenim izme u brzina uzorkovanja, izvan je obima ovog rada. Izvještavamo obnovljiva i da je teorema o uzorkovanju ne uzima u obzir.

REFERENCE

- [1] C. E. Shannon, „Komunikacija u prisustvu šuma“, Proc. IRE, vol. 37, no. 1, str. 10-21, 1949.
- [2] H. Nyquist, „Odre ene teme u teoriji telegrafskog prijenosa“, Trans. AIEE, vol. 47, no. 2, str. 617-644, 1928.
- [3] R. E. A. C. Paley i N. Wiener, „Fourierove transformacije u kompleksnom domenu“, AMS Colloquium Publications, vol. 19, 1934.
- [4] R. M. Gray i D. L. Neuhoff, „Kvantizacija“, IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 44, no. 6, str. 2325-2383, 1998.
- [5] A. V. Oppenheim, R. W. Schaffer, Obrada signala u diskretnom vremenu, 3. izd., Prentice Hall, 2009.
- [6] A. Papoulis, „Generalizovana ekspanzija uzorkovanja“, IEEE Trans. Circuits Syst., vol. 24, no. 11, str. 652-654, 1977.
- [7] F. Marvasti, Neravnomjerno uzorkovanje: Teorija i praksa, Kluwer Academic, 2001.
- [8] L. Kozachenko i N. Leonenko, „Uzora ka procjena entropije slu ajnog vektora“, Problems of Information Theory, vol. 36, no. 1, str. 1-10, 1987.

- [9] J. D. Reiss, „Meta-analiza perceptualne evaluacije audija visoke rezolucije”, J. Audio Eng. Soc., vol. 64, no. 6, str. 364-379, 2016.
- [10] S. Yoshikawa, „Energetski spektar oscilacije usnenog jezi ka u limenim instrumentima”, J. Acoust. Soc.
- [11] P. Welch, „Upotreba brze Fourierove transformacije za procjenu spektara snage”, IEEE Trans. Audio Electroacoust., vol. 15, no. 2, str. 70-73, 1967.
- [12] IEC 61672-1:2013, Elektroakustika -- Mjera i nivoa zvuka -- Dio 1: Specifikacije.
- [13] AKM Semiconductor, „AK5578 32-bitni 768 kHz ADC datasheet”, rev. 2, 2022.
- [14] J. A. Cadzow, „Procedura ekstrapolacije za signale ograni enog opsega”, IEEE Trans. Acoust. Speech Si